19. Express $\sin^7\theta\cos^3\theta$ in terms of sines of multiples of θ.

$\sin^7\theta\cos^3\theta$ வை சைன் பெருக்கலில் θ எழுதுக.

20. (a) Find the radius of curvature at the point θ on the curve $x=a(\theta+\sin d\theta)$, $y\equiv a(1-\cos\theta)$.

(b) Prove that the radius of curvature at the point t of the curve

$x=a(\cos t+t\sin t); y=a(\sin t-t\cos t)$.

(அ) $x=a(\theta+\sin d\theta)$, $y\equiv a(1-\cos\theta)$ என்ற வளைவரைக்கு θ என்ற புள்ளியில் வளைவு ஆரம் காண்க.

(ஆ) $x=a(\cos t+t\sin t); y=a(\sin t-t\cos t)$ என்ற வளைவரைக்கு t என்ற புள்ளியில் வளைவு ஆரம் காண்க.

Shanmuga Industries Arts & Science College T.V.Malai

APRIL/MAY 2024

CAMA15C/BAMA15C — MATHEMATICS — I

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL questions.

1. Find the coefficient of a^2bcd in $(a+b+c+d)^5$.

$(a+b+c+d)^5$ ல் a^2bcd ன் குணகம் காண்க.

2. Sum the series $\frac{1}{2x-1}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{(2x-1)^3}+\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{(2x-1)^5}+\ldots$

$\frac{1}{2x-1}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{(2x-1)^3}+\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{(2x-1)^5}+\ldots$ ன் கூடுதல் காண்க.

3. If α,β,γ are the root of the equation, $x^3+px^2+qx+r=0$, then find the value of $\Sigma\alpha^2$.

α,β,γ என்பன $x^3+px^2+qx+r=0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வுகள் எனில், $\Sigma\alpha^2$-ன் மதிப்பு காண்க.

4. If $\alpha_1, \alpha_2, ... \alpha_n$ are the root of the equation $\alpha_0 x^n + \alpha_1 x^{n-1} + ... + \alpha_{n-1} x + \alpha_n = 0$ then find the value of $\alpha_1, \alpha_2, .. \alpha_n$.

$\alpha_1, \alpha_2, ... \alpha_n$ என்பன

$\alpha_0 x^n + \alpha_1 x^{n-1} + ... + \alpha_{n-1} x + \alpha_n = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வுகள் எனில் $\alpha_1, \alpha_2, .. \alpha_n$ -ன் மதிப்பு காண்க.

5. Find x, y, z, w if $\begin{pmatrix} x+3 & 2y+5 \\ z+4 & 4x+5 \\ w-2 & 3w+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ -4 & 2x+1 \\ 2w+5 & -20 \end{pmatrix}$.

$\begin{pmatrix} x+3 & 2y+5 \\ z+4 & 4x+5 \\ w-2 & 3w+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ -4 & 2x+1 \\ 2w+5 & -20 \end{pmatrix}$ எனில் x, y, z, w ஐ காண்க.

6. Find the eigen values of $\begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$.

$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ ன் ஐகன் மதிப்புகளைக் காண்க.

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. Find the sum to infinity of $\frac{1}{4} + \frac{1.5}{4.8} + \frac{1.5.7}{4.8.12} + \frac{1.5.7.9}{4.8.12.6} + ...$

$\frac{1}{4} + \frac{1.5}{4.8} + \frac{1.5.7}{4.8.12} + \frac{1.5.7.9}{4.8.12.6} + ...$ ன் கந்தழிக் கூட்டலை காண்க.

17. If the roots of $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ are in AP, show that $2p^3 - 9pq + 27r = 0$.

$x^3 + px^2 + qx + r = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் AP ல் உள்ளது எனில் $2p^3 - 9pq + 27r = 0$ என நிறுவுக.

18. Show that if $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ satisfies

$A^3 - 3A^2 + 3A - 2I = 0$ Calculate A^{-1}.

$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ அணி $A^3 - 3A^2 + 3A - 2I = 0$ ஐ நிறுவுக. செய்கிறது எனக் காட்டுக. மேலும் A^{-1} ஐ காண்க.

(b) Prove that $\cos 8\theta = 128\cos^8\theta - 256\cos^6\theta + 160\cos^4\theta - 32\cos^2\theta + 1$.

$\cos 8\theta = 128\cos^8\theta - 256\cos^6\theta + 160\cos^4\theta - 32\cos^2\theta + 1$ என நிரூபி.

15. (a) Show that the radius of curvature of the curve $r^n = a^n \cos n\theta$ is $\frac{a^n r^{-n+1}}{n+1}$.

$r^n = a^n \cos n\theta$ என்ற வளைவரைக்கு வளைவு ஆரம் $\frac{a^n r^{-n+1}}{n+1}$ என நிரூபி.

Or

(b) Show that the evolute of the cycloid $x = a(\theta - \sin\theta); y = a(1 - \cos\theta)$ is another cycloid.

$x = a(\theta - \sin\theta); y = a(1 - \cos\theta)$ என்ற வட்ட வளைவரையில் வரை செங்கோட்டுத் தருவி இன்றுமொரு வட்டவளைவரை என்று நிரூபி.

7. Prove that $2^3\cos^4\theta = \cos 4\theta + 4\cos 2\theta + 3$.

$2^3\cos^4\theta = \cos 4\theta + 4\cos 2\theta + 3$ என நிரூபி.

8. Write down the expansion of $\cos n\theta$.

$\cos n\theta$ -வின் விரிவாக்கத்தை எழுதுக.

9. Find the radius of curvature for $x^4 + y^4 = 2$ at $(1,1)$.

$x^4 + y^4 = 2$ என்ற வளைவரைக்கு $(1,1)$ என்ற புள்ளியில் வளைவு ஆரம் காண்க.

10. Find the n^{th} differential coefficient of $\sin^3 x$.

$\sin^3 x$ -ன் n-வது வகைக்கெழுவைக் காணவும்.

SECTION B — ($5 \times 5 = 25$ marks)

Answer ALL questions.

11. (a) Find the coefficient of x^n in the expansion of $\frac{x+1}{(x-1)^2(x-2)}$.

$\frac{x+1}{(x-1)^2(x-2)}$ ன் விரிவில் x^n ன் குணகம் காண்க.

Or

(b) Prove that $\frac{e^2-1}{e^2+1}=\frac{\frac{1}{1!}+\frac{1}{3!}+\frac{1}{5!}+\ldots}{1+\frac{1}{2!}+\frac{1}{4!}+\ldots.}$

$\frac{e^2-1}{e^2+1}=\frac{\frac{1}{1!}+\frac{1}{3!}+\frac{1}{5!}+\ldots}{1+\frac{1}{2!}+\frac{1}{4!}+\ldots.}$ என நிறுவுக.

12. (a) Solve $x^3-12x^2+39x-28=0$ whose roots are in arithmetical progression.

$x^3-12x^2+39x-28=0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வுகள் கூட்டுத்தொடரில் அமையுமாயின் தீர்வுகள் காண்க.

Or

(b) Find $\frac{1}{\alpha^3}+\frac{1}{\beta^3}+\frac{1}{\gamma^3}$ where α,β,γ are the roots of the equation $x^3+2x^2-3x-1=0$.

α,β,γ என்பன $x^3+2x^2-3x-1=0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வுகளின் எனில் $\frac{1}{\alpha^3}+\frac{1}{\beta^3}+\frac{1}{\gamma^3}$ ன் மதிப்பு காண்க.

13. (a) Verify that $A(B+C)=AB+AC$ where A,B,C are

$A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 4 & -1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 3 & 2\\ 2 & 0 & -1\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}-1 & 2 & 0\\ 1 & 4 & 5\end{pmatrix}$.

$A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 4 & -1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 3 & 2\\ 2 & 0 & -1\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}-1 & 2 & 0\\ 1 & 4 & 5\end{pmatrix}$ எனில் $A(B+C)=AB+AC$ ஐ பரிசோதிக்க.

Or

(b) Find the characteristic equation of $\begin{pmatrix}2 & 2 & 0\\ 2 & 1 & 1\\ -7 & 2 & -3\end{pmatrix}$ and hence find its inverse.

$\begin{pmatrix}2 & 2 & 0\\ 2 & 1 & 1\\ -7 & 2 & -3\end{pmatrix}$ சிறப்பியல்பு சமன்பாட்டை கண்டு அதன் நேர்மறை காண்க.

14. (a) Expand $\sin^8\theta$ in a series of Cosines of multiple of $\cos\theta$.

$\sin^8\theta$ வை $\cos\theta$-வின் பெருக்குத்தொடராக விரிவுப்படுத்துக.

Or